

FOUAD EL OUARDIGHI*Essec Business School***STEFFEN JØRGENSEN***University of Southern Denmark, Denmark***FEDERICO PASIN***HEC Montréal, Québec*

Contrat à prix de transfert et contrat de partage de revenu dans une supply chain

Cet article a pour objectif d'analyser les différences fondamentales entre un contrat à prix de transfert et un contrat de partage de revenu au sein d'une supply chain décentralisée constituée d'un producteur et d'un distributeur. Afin de prendre en compte l'influence du temps, un jeu dynamique comportant des activités opérationnelles et marketing est formulé et analysé. Considérant le cas d'un produit unique, nous supposons que le producteur contrôle son volume de production ainsi que son effort publicitaire à l'attention du consommateur final. Le distributeur, quant à lui, contrôle son volume d'achat au producteur et le prix de vente au consommateur final. Un schéma de compensation à deux paramètres est utilisé afin de comparer l'influence respective du contrat à prix de transfert et du contrat de partage de revenu sur le comportement dynamique des acteurs dans la supply chain.

Le principe selon lequel une supply chain (SC) coordonnée est plus performante qu'une SC non coordonnée est aujourd'hui très largement répandu (Kogan et Tapiero, 2007). Il est également acquis que les contrats de SC constituent un dispositif pratique incitant les acteurs d'une SC décentralisée à se conduire de façon coordonnée les uns par rapport aux autres, comme si la chaîne opérait de façon centralisée (Cachon, 2003). Différents modèles de contrats de SC ont été développés dans la littérature, dont l'un des plus célèbres est le contrat de partage de revenu (Cachon et Lariviere, 2005).

Sous un contrat de partage de revenu (CPR), un distributeur paie au producteur un prix de transfert fixe pour chaque unité de produit acheté, plus un pourcentage fixe de son propre chiffre d'affaires. Les avantages et les limites du CPR sont bien connus (Cachon et Lariviere, 2005). Notamment, l'un des principaux mérites du CPR réside dans le fait qu'il permet d'atténuer le phénomène de double marginalisation, qui se produit lorsqu'un producteur vend un produit à un distributeur dont la demande finale est fonction négative du prix de vente. Dans ces conditions, le distributeur ne tient pas compte de la marge de profit unitaire du producteur lorsqu'il détermine son prix de vente, de sorte que le prix de vente est plus élevé que celui qui prévaudrait au sein d'une chaîne centralisée (Bresnahan et Reiss, 1985).

L'adoption du CPR peut accroître de manière significative les profits de la supply chain (Mortimer, 2008). Le CPT apparaît comme une alternative naturelle au contrat à prix de transfert (CPT), sous lequel le producteur facture simplement au distributeur un prix de transfert fixe par unité de produit acheté. Le CPT est communément utilisé en

pratique dans la mesure où il est simple à mettre en place et peu coûteux à gérer. Cependant, il contribue à générer l'effet de double marginalisation et ne permet de coordonner la SC que si le distributeur renonce à toute marge bénéficiaire, ce qui semble *a priori* peu vraisemblable.

Jusqu'ici, la littérature spécialisée a envisagé le problème de la coordination d'une SC décentralisée par un CPR dans un contexte essentiellement statique ou stationnaire (Cachon et Netessine, 2003). Or, il est clair que les résultats inférés à partir d'un jeu statique ne sont pas nécessairement valides dans un contexte dynamique (Zaccour, 2008). De surcroît, la littérature spécialisée a largement minimisé l'importance de l'interface reliant les décisions opérationnelles et marketing dans une SC, la réduisant au volume acheté par le distributeur au producteur et au prix de vente au consommateur final (Cachon, 2003). Or, la prise en compte de variables de décision additionnelles de nature à influencer la dynamique des ventes peut produire des interactions susceptibles de modifier substantiellement les résultats obtenus en l'absence de ces variables (Zaccour, 2008). Dans cet article, nous procédons à une comparaison entre un CPT et un CPR au sein d'une SC décentralisée à deux acteurs, un producteur et un distributeur. Afin de parer aux insuffisances de la littérature spécialisée soulignées précédemment, nous formulons un modèle de jeu dynamique en temps continu du management de la SC, s'appuyant sur une interface comportant des activités opérationnelles et marketing gérées tant au niveau de la production que de la distribution.

Dans la section suivante, nous développons un modèle de jeu différentiel décrivant les

interactions pertinentes entre les activités de production et les activités marketing au sein d'une SC comprenant un producteur et un distributeur. Dans la section 2, nous analysons les conditions nécessaires d'optimalité. La section 3 caractérise les stratégies d'équilibre des acteurs dans les contextes de CPT et de CPR. La section 4 procède à une résolution numérique du modèle et souligne les différences principales entre CPT et de CPR. Finalement, la conclusion résume les implications managériales obtenues.

1. Un modèle stylisé de supply chain management

Nous considérons ici une SC comprenant un producteur et un distributeur seulement (figure 1). En ce sens, l'impact potentiel de la concurrence au niveau de la production et de la distribution n'est pas envisagé (*i.e.*, monopole bilatéral).

Pour un produit spécifique donné, nous supposons que le producteur contrôle son volume de production et son effort publicitaire à l'attention du consommateur final. Le distributeur, quant à lui, contrôle son volume d'achat au producteur et le prix de vente au consommateur final.

Les stocks de produit des acteurs de la SC sont décrits par les équations de transition suivantes :

$$(1) \quad \dot{X}(t) = u(t) - v(t) \quad X(0) = X_0 \geq 0$$

$$(2) \quad \dot{Y}(t) = v(t) - S(t) \quad Y(0) = Y_0 \geq 0$$

Dans l'équation (1), $X(t)$ représente le stock du producteur à l'instant $t \in [0, T]$. Le taux de variation de $X(t)$ dans le temps est égal à la différence entre le volume de production du producteur $u(t) \geq 0$ et le volume d'achat du distributeur $v(t) \geq 0$. Le stock du distributeur est symbolisé par $Y(t)$ dans l'équation (2), qui montre que le taux de variation de ce stock correspond à la différence entre le volume d'achat du distributeur et la demande finale $S(t)$. Nous supposons que les variables $X(t)$ et $Y(t)$ prennent uniquement des valeurs non négatives.

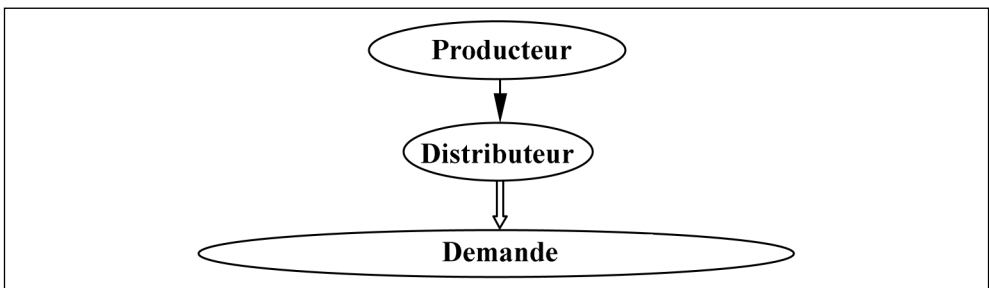
Le producteur et le distributeur peuvent chercher à accroître le volume des ventes au consommateur $S(t) \geq 0$. Celles-ci évoluent dans le temps suivant l'équation d'état

$$(3) \quad \dot{S} = \rho z \left[\sqrt{\alpha - \beta p} - S \right] - \delta S$$

$$S(0) = S_0 \geq 0$$

Dans l'équation (3), qui correspond à une variante du modèle de dynamique des ventes de Vidale-Wolfe (Jorgensen et Zaccour, 2004), ρ , α et β sont constantes positives, $\delta \in (0, 1)$ est une constante, et

Figure 1 – Supply chain sérielle à deux étages



$p(t) \in [0, \alpha/\beta[$ est le prix de vente au consommateur qui est une variable de décision du distributeur. L'expression $\sqrt{\alpha - \beta p}$ représente le marché potentiel total, qui est fonction décroissante convexe du prix de vente du distributeur, $p(t)$. Autrement dit, plus le prix est élevé, plus faible est le marché potentiel. L'expression $\sqrt{\alpha - \beta p} - S$ est le potentiel de marché restant à capturer et soumis à l'influence de l'effort publicitaire du producteur $z(t) \geq 0$. Le premier terme du côté droit de l'équation (3) indique donc que le nombre de consommateurs effectifs additionnels à chaque instant dépend de l'influence de l'effort publicitaire du producteur sur le nombre de consommateurs potentiels dont le nombre est déterminé par le prix de vente du distributeur. Le second terme du côté droit de l'équation (3) représente le nombre de consommateurs effectifs qui, à chaque instant, décident de ne plus acheter le produit. La perte de consommateurs effectifs résulte ici uniquement d'un effet d'oubli ou d'obsolescence.

À présent, nous définissons une fonction-objectif pour chaque firme. L'horizon décisionnel est supposé fini et fixé à T pour les deux joueurs et nous supposons que cet horizon est relativement court, ce qui est généralement le cas dans un contexte opérationnel. En ce sens, l'actualisation des bénéfices futurs n'est pas nécessaire et sera donc négligée. Le bénéfice total du producteur est défini par

$$(4) \quad J^M = \int_0^T \{ \phi p(t) S(t) + \omega v(t) - C_1(u(t)) - C_2(X(t)) - C_3(z(t)) \} dt + mS(T)$$

où $m > 0$ est une constante représentant la valeur résiduelle attribuée par le produc-

teur à une unité de produit vendue par le distributeur.

Dans l'expression (4), nous faisons l'hypothèse que le producteur et le distributeur s'accordent sur un schéma de compensation à deux paramètres. Le premier paramètre est le prix de transfert $\omega > 0$ payé par le distributeur au producteur pour chaque unité achetée. Le second paramètre $\phi \in [0, 1]$ représente la part prédéterminée du chiffre d'affaires du distributeur $p(t)S(t)$ qui revient au producteur. Ainsi, dans le cas où $\omega > 0$ et $\phi = 1$, le schéma de compensation correspond à un CPT, et dans le cas où $\omega > 0$ et $0 < \phi < 1$, il s'agit d'un CPR. Normalement, le prix de transfert qui prévaut dans un CPR devrait être inférieur au prix de transfert en vigueur dans un CPT, ce qui signifie que les deux paramètres devraient, dans une certaine mesure, être substituables. D'autre part, l'adoption d'un CPR requiert que le producteur puisse à tout moment contrôler les ventes du distributeur, ou que le producteur fasse confiance au distributeur relativement au montant réglé par ce dernier. Une autre difficulté relative à l'adoption d'un CPR tient au processus de choix de la valeur du paramètre ϕ .

Les fonctions, C_i , $i = 1, 2, 3$, sont des fonctions de coût ayant les spécifications suivantes.

$$- C_1(u(t)) = \frac{a(u(t) - \tilde{u})^2}{2} \quad \text{où } a \text{ est une constante positive. Une valeur-cible pour le volume de production est donnée par } \tilde{u} = \text{constante } > 0 \text{ (i.e., capacité de production) et l'expression quadratique } \frac{(u(t) - \tilde{u})^2}{2}$$

est une fonction de coût de production convexe standard, qui impose des pénalités

si $u(t)$ dévie de la valeur-cible (cf. Gaimon, 1988 ; Sethi et Thompson, 2000).

– $C_2(X(t)) = dX(t)$ où d est une constante positive. Ce coût correspond au coût de détention du stock par le producteur.

– $C_3(w(t)) = \frac{fz(t)^2}{2}$ où f est une constante positive, est le coût de l'effort publicitaire du producteur.

La fonction-objectif du distributeur est la suivante

$$(5) \quad J^R = \int_0^T \{ (1 - \phi)p(t)S(t) - \omega v(t) - C_4(v(t)) - C_5(Y(t)) \} dt + nS(T)$$

dans laquelle n est une constante positive représentant la valeur résiduelle attribuée par le distributeur à une unité de produit vendue. Le bénéfice brut instantané du distributeur est $(1 - \phi)p(t)S(t) - \omega v(t)$ et les fonctions $C_j, j = 4,5$, sont des fonctions de coût ayant les spécifications suivantes.

– $C_4(v(t)) = \frac{g(v(t) - \tilde{v})^2}{2}$ où g est une constante positive. Ce coût correspond au coût d'achat du distributeur, sachant qu'une valeur-cible définie par $\tilde{v} = \text{constante} > 0$ (i.e., capacité-limite d'approvisionnement) est fixée pour le nombre d'unités commandées par le distributeur.

– $C_5(Y(t)) = hY(t)$ où h est une constante positive, est le coût de détention du stock par le distributeur.

2. Conditions nécessaires d'optimalité

Dans un jeu dynamique non coopératif, la solution idéale consiste à identifier des équilibres pour lesquels les joueurs emploient à chaque instant des stratégies non coopératives dépendant de l'état du système, i.e., des stratégies de Nash parfaites en sous-jeu (Dockner *et al.*, 2000). Cependant, la struc-

ture mathématique du jeu formulé précédemment ne permet pas la détermination analytique de tels équilibres. En ce sens, nous avons choisi d'étudier les équilibres de Nash en boucle ouverte, pour lesquels les stratégies des joueurs dépendent seulement du temps. De telles stratégies possèdent bien la propriété de cohérence dynamique, et constituent un *benchmark* utile à la détermination de stratégies dynamiques plus sophistiquées, le cas échéant.

Nous considérons en premier lieu le problème de contrôle optimal du producteur, pour lequel il convient de déterminer les stratégies de production et d'effort publicitaire. Le hamiltonien du producteur s'écrit donc

$$H^M = \phi pS + \omega v - \frac{a(u - \tilde{u})^2}{2} - dX - \frac{fz^2}{2} + \lambda_1[u - v] + \lambda_2[v - S] + \lambda_3 \left\{ \rho z \left[\sqrt{\alpha - \beta p} - S \right] - \delta S \right\}$$

où $\lambda_k \equiv \lambda_k(t), k = 1,2,3$, sont des variables adjointes.

Le problème du producteur requiert qu'à chaque instant, les variables de contrôle u et z , de même que les variables d'état X, Y et S , ne puissent prendre des valeurs négatives. Par souci de simplicité, nous supposons que tel est bien le cas.

Les conditions nécessaires d'optimalité sont donc :

$$(6) \quad H_u^M = -a(u - \tilde{u}) + \lambda_1 = 0$$

$$(7) \quad H_z^M = -fz + \lambda_3 \rho \left[\sqrt{\alpha - \beta p} - S \right] = 0$$

$$(8) \quad \dot{\lambda}_1 = d \qquad \lambda_1(T) = 0$$

$$(9) \quad \dot{\lambda}_2 = 0 \qquad \lambda_2(T) = 0$$

$$(10) \quad \dot{\lambda}_3 = -\phi p + \lambda_2 + \lambda_3[\rho z + \delta]$$

$$\lambda_3(T) = m$$

L'équation (8) montre que $\lambda_1(t) < 0$ pour $t < T$. À partir de l'équation (7) et de la condition de transversalité $\lambda_1(T) = 0$, il s'ensuit que $u(t) < \tilde{u}$ est vérifiée pour tout $t < T$, et que $u(T) = \tilde{u}$. Dans la mesure où $\lambda_1(t)$ reflète la valeur implicite du stock $X(t)$, le fait que son signe est négatif signifie que le producteur n'est nullement incité à accroître son stock à la marge.

De plus, l'équation (9) indique que $\lambda_2(t) = 0$, ce qui signifie que le stock du distributeur n'a aucune valeur implicite du point de vue du producteur.

Suivant l'équation (10) le signe de $\dot{\lambda}_3 |_{\lambda_3} = -\phi p$ est strictement négatif dans l'hypothèse d'un CPR. Considérant la condition de transversalité $\lambda_3(T) = m$, et le fait que l'équation (7) doit être satisfaite, on doit avoir $\lambda_3(t) > 0$ pour tout t . En d'autres termes, la valeur implicite des ventes du distributeur est strictement positive pour le producteur. Sous un CPT (*i.e.*, $\omega > 0$, $\phi = 0$), on obtient $\dot{\lambda}_3 |_{\lambda_3 = 0} = 0$, ce qui indique que $\lambda_3(t)$ ne peut à aucun moment être nulle du fait de la condition de transversalité. Sachant que $\dot{\lambda}_3 |_{\lambda_3 > 0} > 0$, l'incitation marginale du producteur à accroître les ventes du distributeur devrait donc être croissante dans le temps sous un CPT. Par conséquent, du fait du terme $-\phi p$ dans l'expression précédente, l'adoption d'un CPR devrait se traduire par une variation croissante ou décroissante de $\lambda_3(t)$ mais, du fait de la condition de transversalité, toujours à partir d'un niveau initial plus élevé que sous un CPT. La valeur de cette incitation marginale devrait donc être plus faible sous un CPT que sous un CPR. Ce résultat est

intuitif dans la mesure où, sous un CPR, le producteur reçoit un pourcentage du chiffre d'affaires instantané du distributeur.

À partir des conditions (6), (7) et (8), il apparaît clairement que le hamiltonien du producteur est strictement concave par rapport à chacune des variables de contrôle, ce qui garantit bien l'existence d'une solution intérieure pour chacune de ces variables.

Enfin, il convient de noter que, selon l'équation (7), l'effort publicitaire du producteur est déterminé à la fois par la valeur implicite des ventes du distributeur, par les ventes du distributeur et par le prix de vente du produit. Dans ce cas seulement, on constate qu'une variable contrôle du producteur est directement influencée par une variable de contrôle du distributeur. Ainsi, quelques manipulations élémentaires permettent d'obtenir la dérivée partielle

$$(11) \quad z_p = - \frac{\beta z}{2\sqrt{\alpha - \beta p}(\sqrt{\alpha - \beta p} - S)} < 0$$

qui montre que, face à un accroissement du prix de vente du distributeur, la meilleure réponse du producteur consiste à réduire son effort publicitaire, ce qui devrait tendre à diminuer les ventes du distributeur.

Nous considérons à présent le problème de la détermination des stratégies optimales de volume d'achat et de prix de vente du distributeur. Le hamiltonien du distributeur est

$$HR = (1 - \phi)pS - \omega v - \frac{g(v - \bar{v})^2}{2} - HY + \mu_1[u - v] + \mu_2[v - S] + \mu_3\left\{\rho z\left[\sqrt{\alpha - \beta p} - S\right] - \delta S\right\}$$

où $\mu_l \equiv \mu_l(t)$, $l = 1, 2, 3$, sont des variables adjointes.

Supposant qu'à chaque instant, les variables de contrôle v et p ainsi que les variables d'état X , Y et S , ne prennent que des valeurs négatives, des conditions nécessaires d'optimalité s'écrivent

$$(12) \quad H_v^R = -\omega - g(v - \tilde{v}) - \mu_1 + \mu_2 = 0$$

$$(13) \quad H_p^R = (1 - \phi)S - \frac{\mu_3 \rho z \beta}{2\sqrt{\alpha - \beta p}} = 0$$

$$(14) \quad \dot{\mu}_1 = 0 \quad \mu_1(T) = 0$$

$$(15) \quad \dot{\mu}_2 = h \quad \mu_2(T) = 0$$

$$(16) \quad \dot{\mu}_3 = -(1 - \phi)p + \mu_2 + \mu_3[\rho z + \delta] \\ \mu_3(T) = n$$

L'équation (14) et sa condition de transversalité montrent que $\mu_1(t) = 0$ pour tout $t \in [0, T]$. Par conséquent, le distributeur n'a pas d'incitation à l'accroissement marginal du stock du producteur.

L'équation (15) indique que $\dot{\mu}_2 > 0$. Étant donnée la condition de transversalité $\mu_2(T) = 0$, on obtient $\mu_2(t) \leq 0$ pour $t \in [0, T]$. Ainsi, selon l'équation (15), il s'ensuit que $v(t) < \tilde{v}$ est vérifiée pour tout $t \in [0, T]$. Dans la mesure où $\mu_2(t)$ reflète la valeur implicite du stock $Y(t)$, son signe négatif signifie que le distributeur n'est pas incité à accroître son propre stock.

L'équation (16) montre que, quel que soit le contrat adopté, $\dot{\mu}_3|_{\mu_3=0} < 0$ pour $t \in [0, T]$. Compte tenu de la condition de transversalité $\mu_3(T) = n$, il est clair que $\mu_3(t) > 0$ pour tout t . Ainsi, les ventes ont une valeur implicite positive mais décroissante dans le temps pour le distributeur. Sous un CPT, on a $\dot{\mu}_3|_{\mu_3=0} = -p + \mu_2$ tandis que sous un

CPR, on $\dot{\mu}_3|_{\mu_3=0} = -(1 - \phi)p + \mu_2$. Autrement dit, l'incitation marginale du distributeur à accroître ses propres ventes devrait diminuer davantage sous un CPT que sous un CPR. Ceci implique que la valeur de $\mu_3(t)$ devrait être plus élevée sous un CPT que sous un CPR pour $t < T$. Ce résultat est également intuitif dans la mesure où, sous un CPR, le distributeur doit renoncer à une portion de son chiffre d'affaires instantané en faveur du producteur.

À partir des conditions (12) et (13), il est clair que le hamiltonien du distributeur est strictement concave par rapport à chacune des variables de contrôle, ce qui garantit bien l'existence d'une solution intérieure pour chacune de ces variables.

De plus, à partir de l'équation (13), quelques manipulations élémentaires permettent d'obtenir la dérivée partielle suivante

$$(17) \quad P_z = -\frac{2\sqrt{\alpha - \beta p}}{\beta} < 0$$

qui signifie que la meilleure réponse du distributeur à une hausse de l'effort publicitaire du producteur est de diminuer son prix de vente. Avec l'équation (11), ce résultat suggère que, bien que la SC soit décentralisée, le producteur et le distributeur devraient harmoniser leurs stratégies marketing pour l'attraction de nouveaux clients.

3. Analyse des stratégies d'équilibre

Les propositions suivantes caractérisent les stratégies d'équilibre de Nash en boucle ouverte pour le volume de production et

l'effort publicitaire du producteur, et le volume d'approvisionnement et le prix de vente du distributeur.

Proposition 1. La politique de production du producteur ne dépend pas du schéma de compensation (CPT ou CPR) en vigueur dans la SC.

Démonstration. En substituant la solution de (8) dans (6), on obtient

$$(18) \quad \dot{\mu} = \tilde{u} \frac{d}{a}(T-t).$$

Selon l'équation (18), le volume de production du producteur dépend de l'échelle de production \tilde{u} . Elle n'est affectée par aucun des paramètres du contrat prévalant entre les acteurs de la SC. Le volume d'approvisionnement du producteur devrait s'accroître dans le temps. À la fin de l'horizon décisionnel, on doit avoir $u(T) = \tilde{u}$ (cf. équation (6)). ■

La politique de production du producteur est avant tout déterminée ici par la recherche d'efficacité à travers l'exploitation maximale des économies d'échelle de production. En ce sens, le stock du producteur constitue la contrepartie négative associée à l'exploitation des économies d'échelle.

Proposition 2. Le volume d'approvisionnement du distributeur devrait être plus important sous un CPT que sous un CPR

Démonstration. En substituant la solution de (15) dans (12) et en simplifiant, on obtient

$$(19) \quad v = \tilde{v} - \frac{h(T-t) + \omega}{g}$$

Selon l'équation (19), le volume d'achat du distributeur devrait s'accroître dans le

temps. À la fin de l'horizon décisionnel, le volume d'achat du distributeur devrait être tel que $v(T) = \tilde{v} - \omega/g$ (cf. équation (12)). Étant donné qu'un CPR devrait induire un prix de transfert ω plus faible – en contrepartie pour le producteur d'une part du chiffre d'affaires du distributeur – qu'un CPT, il s'ensuit un volume d'achat plus élevé pour le distributeur. ■

Un CPR devrait donc conduire à accroître la disponibilité du produit en aval de la SC.

Lemme 1. Le stock du producteur devrait être plus important sous un CPT que sous un CPR.

Démonstration. En substituant (18) et (19) dans (1) et en résolvant, on obtient

$$(20) \quad X = X_0 + \left[\tilde{u} - \tilde{v} + \frac{\omega}{g} + \left(\frac{h}{g} - \frac{d}{a} \right) \left(T - \frac{t}{2} \right) \right] t$$

qui a une valeur supérieure pour un prix de transfert plus élevé. À la fin du jeu, le stock du producteur est

$$X(T) = X_0 + \left[\tilde{u} - \tilde{v} + \frac{\omega}{g} + \frac{T}{2} \left(\frac{h}{g} - \frac{d}{a} \right) \right] T. \quad \blacksquare$$

Ce résultat décrit par l'équation (20) concorde bien avec ceux obtenus dans la littérature traitant de la coordination de la SC dans un cadre statique (Cachon et Larivière, 2005).

Lemme 2. Pour un volume de ventes équivalent, l'effort publicitaire du producteur devrait être plus important sous un CPT que sous un CPR à la fin du jeu.

Démonstration. En substituant l'expression de $p(t)$ à partir de (13) dans (7) et en simplifiant, on obtient

$$(21) \quad z = \frac{2\rho(1 - \phi)\lambda_3 S^2}{\beta\rho^2\lambda_3\mu_3 - 2f(1 - \phi)S}$$

Dans la mesure où

$$z(T) = \frac{2\rho(1 - \phi)mS(T)^2}{\beta\rho^2mn - 2f(1 - \phi)S(T)},$$

il résulte que, pour un volume de ventes identique, l'effort publicitaire devrait être plus élevé à la fin du jeu sous un CPT que sous un CPR. ■

Ce résultat établit une claire dépendance entre le schéma de compensation en vigueur au sein de la SC et l'intensité de l'effort publicitaire du producteur. Ce résultat est contre-intuitif au sens où l'effort publicitaire n'est pas plus faible, mais bien plus important sous un CPT que sous un CPR. Un CPT devrait donc conduire le producteur à être davantage orienté vers l'attraction de nouveaux consommateurs qu'un CPR.

Lemme 3. Pour un volume de ventes donné, le prix de vente du distributeur devrait être plus faible sous un CPT que sous un CPR à la fin du jeu.

Démonstration. En substituant l'expression de z à partir de (21) dans (13) et en simplifiant, on obtient :

$$(22) \quad p = \frac{1}{\beta} \left\{ \alpha - \left[\frac{\beta\rho^2\lambda_3\mu_3 S}{\beta\rho^2\lambda_3\mu_3 - 2f(1 - \phi)S} \right]^2 \right\}$$

À la fin du jeu, on obtient

$$p(T) = \frac{1}{\beta} \left\{ \alpha - \left[\frac{\beta\rho^2mnS(T)}{\beta\rho^2mn - 2f(1 - \phi)S(T)} \right]^2 \right\},$$

qui indique clairement que, toutes choses égales par ailleurs, le prix de vente final du distributeur devrait être plus élevé sous un CPR que sous un CPT. ■

Ce résultat contredit les résultats obtenus dans les publications spécialisées sur la coordination de la SC (Cachon et Lariviere, 2005). Ici, nous suggérons que, sur au moins une période, la dernière, le phénomène de double marginalisation, qui caractérise les SC sérielles régies par un CPT, dans le cadre duquel les acteurs en amont s'assurent une marge bénéficiaire que le distributeur ignore lors de la fixation du prix de vente final, ne se traduit pas nécessairement par un prix de vente plus élevé que celui qui prévaudrait dans une SC administrée par un CPR. En outre, selon nos résultats, il existe une synchronisation entre le prix de vente du distributeur et l'effort publicitaire du producteur pour attirer de nouveaux consommateurs à la fin du jeu. Dans la mesure où un CPT devrait induire un effort publicitaire du producteur plus important et un prix de vente plus bas du distributeur, l'efficacité de ce contrat pour l'attraction de nouveaux clients devrait donc être supérieure à celle du CPR.

4. Résolution numérique

L'objectif de cette section est d'explicitier les différences entre le CPT et le CPR à travers une résolution numérique du modèle proposé. Les trajectoires intertemporelles des variables de contrôle et des variables d'état ont été générées à partir des valeurs consignées ci-dessous.

Tableau 1 – Valeur des paramètres et valeur initiale des variables d'état

Paramètre	a	d	f	g	h	m	n	ϕ	ω	ρ	α	β	δ	u	\bar{v}	X_0	Y_0	S_0
Valeur	100	1	1	100	1	10	10	0	60	0.3	1000	10	0.1	10	10	5	5	8

La robustesse des résultats obtenus a été éprouvée au moyen d'une analyse de sensibilité, que nous ne détaillerons pas ici. Afin d'évaluer l'influence relative du schéma de compensation en vigueur dans la SC, les

valeurs des paramètres (ϕ, ω) du CPT et du CPR ont été fixées respectivement à $(0, 60)$ et $(0.235, 40)$. Par souci de simplicité, nous supposons que les capacités de production et d'approvisionnement sont équivalentes, *i.e.*, $\tilde{u} = \tilde{v}$.

Figure 2 – Politique d'achat du distributeur

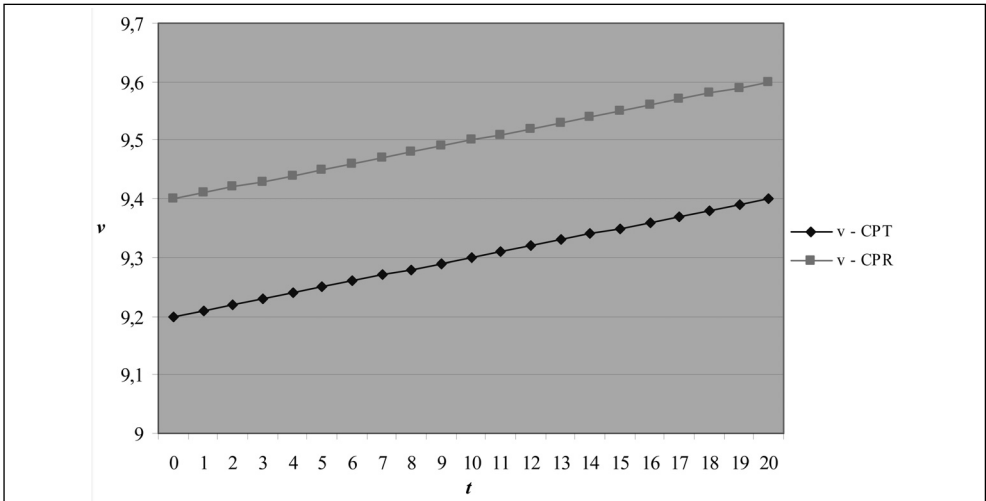
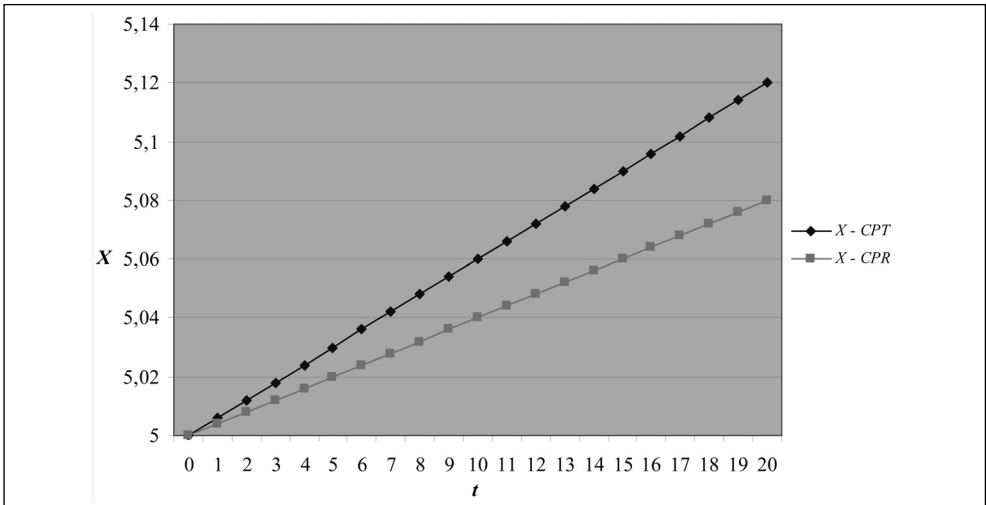


Figure 3 – Évolution du stock du producteur



La figure 2 montre que le volume d'achat du distributeur est croissant dans le temps. On confirme bien ici le fait que le volume d'achat devrait être plus important sous un CPR que sous un CPT.

La figure 3 indique que le stock du producteur est croissant dans le temps, avec

une pente légèrement plus forte sous un CPT que sous un CPR.

Dans la figure 4, le stock du distributeur suit une trajectoire croissante concave dans tous les cas de figure, avec néanmoins une croissance légèrement plus amortie dans le cas d'un CPT.

Figure 4 – Politique d'amélioration de la qualité du producteur

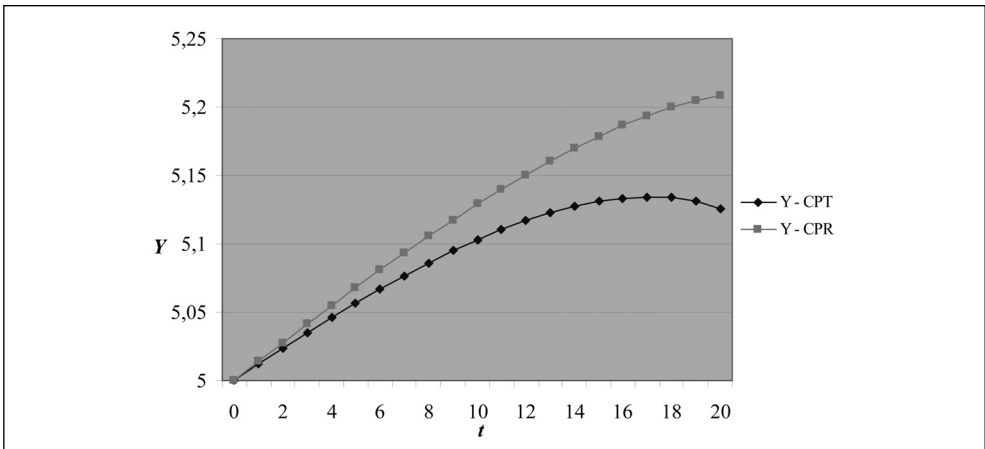
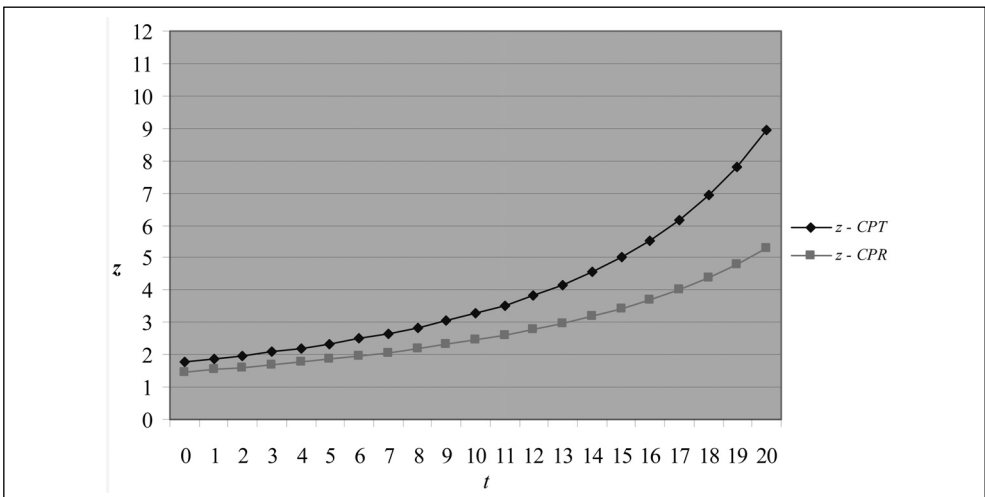


Figure 5 – Politique publicitaire du producteur



Dans la figure 5, l'effort publicitaire du producteur est croissant dans le temps, avec une courbe significativement plus élevée dans le cadre d'un CPT que d'un CPR.

Dans la figure 6, la politique de prix du distributeur est décroissante dans le temps,

avec une courbe nettement plus basse dans le cadre d'un CPT que d'un CPR.

Dans la figure 7, les ventes réalisées par le distributeur sont croissantes dans le temps, avec un niveau sensiblement plus élevé dans le cadre d'un CPT que d'un CPR.

Figure 6 – Politique de prix du distributeur

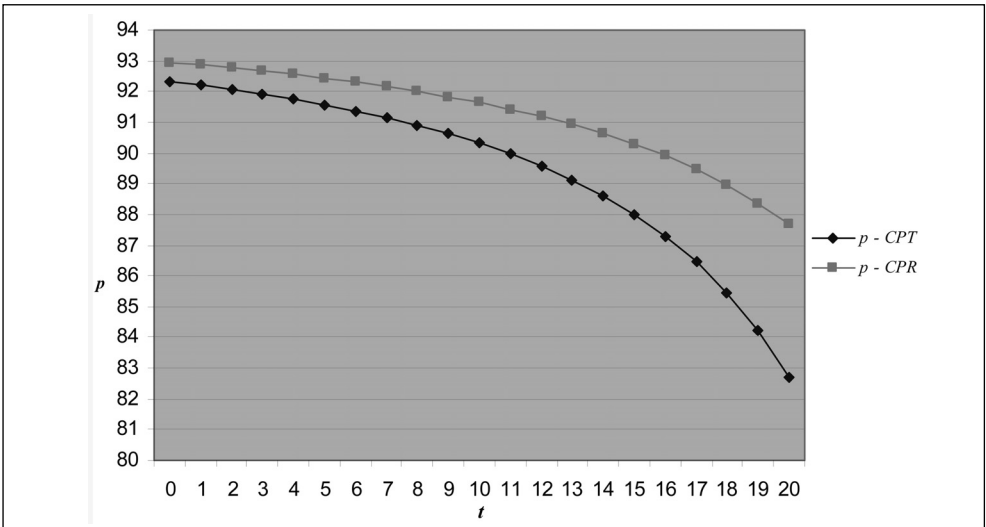


Figure 7 – Évolution des ventes du distributeur

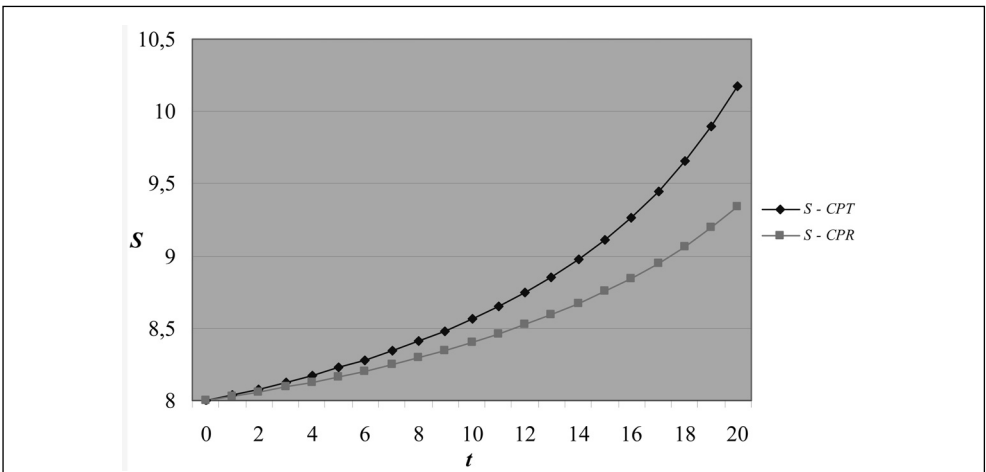
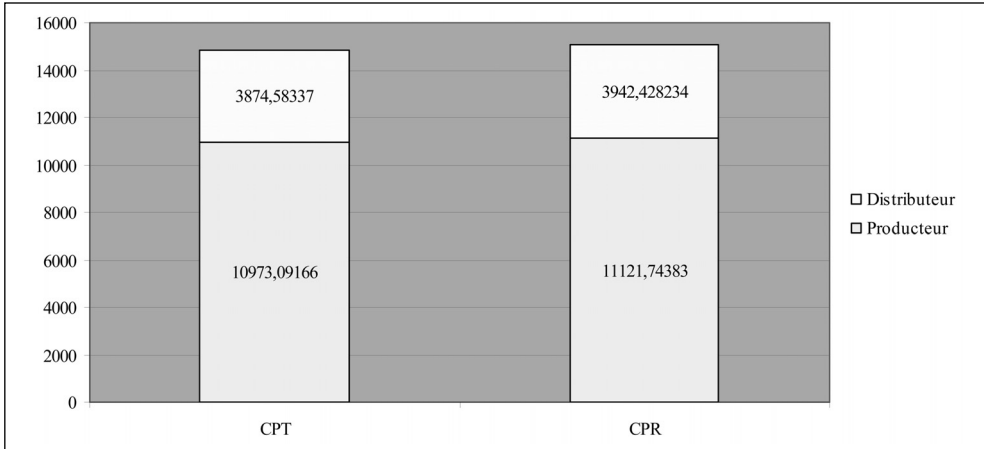


Figure 8 – Profit total des acteurs de la SC sous CPT et CPR

Finalement, la figure 8 montre confirme bien le fait que le CPR (*i.e.*, $\phi = 0.235$ et $\omega = 40$) génère un profit total plus élevé que le CPT (*i.e.*, $\phi = 0$ et $\omega = 60$) pour les deux joueurs de la SC. En ce sens, le CPR peut être préféré au CPT.

5. Conclusion

Dans cet article, nous avons procédé à une comparaison de l'influence relative du CPT et du CPR dans une SC dynamique comportant un producteur et un distributeur. Il est notamment apparu que le choix entre un CPT et un CPR influence bien la distribution des stocks dans la SC, mais également l'implication des acteurs en présence relativement à l'effort d'attraction de nouveaux consommateurs.

En matière de gestion de stocks, nous avons, dans un premier temps, confirmé que le CPT implique bien un volume d'achat du distributeur plus faible que sous un CPR. Ce résultat est conforme aux conclusions obtenues dans la littérature (Cachon, 2003). Dans la mesure où la politique de produc-

tion du producteur s'est révélée indépendante du contrat en vigueur dans la SC, il s'ensuit que le CPR conduit donc à une situation dans laquelle une part plus importante des stocks de la SC doit être localisée en aval, chez le distributeur.

D'autre part, au niveau de la stratégie de marché, quels que soient les termes du contrat en vigueur (CPT ou CPR), les deux membres de la SC doivent viser à attirer de nouveaux clients. Pour cela, ils sont amenés à progressivement tirer parti de l'interaction négative entre l'effort publicitaire et le prix de vente. À mesure que le temps passe, le distributeur doit donc diminuer son prix de vente et le producteur accroître son effort publicitaire.

En comparaison d'un CPR, un CPT doit conduire les acteurs de la SC à investir davantage dans l'attraction de nouveaux consommateurs. Autrement dit, l'effort publicitaire déployé par le producteur est plus élevé et le prix de vente du distributeur est plus bas sous un CPT que sous un CPR. Ce résultat contredit ceux obtenus dans la

littérature, selon lesquels le prix de vente devrait être plus faible sous un CPR que sous un CPT, du fait de l'effet de double marginalisation (Cachon, 2003). L'explication de notre résultat est pourtant intuitive : dans la mesure où le CPR conduit le distributeur à renoncer à une part de son chiffre d'affaires instantané au profit du producteur, son incitation marginale à accroître ses ventes est, ainsi que nous l'avons suggéré, plus réduite que sous un CPT. Afin de compenser son sacrifice en faveur du producteur, le distributeur fixe un niveau de prix plus élevé que sous un CPT. Comme le prix de vente du distributeur influence négativement l'effort publicitaire du producteur, celui-ci est nécessairement plus bas que sous un CPT. En somme, l'interaction négative entre l'effort publicitaire du producteur et le prix de vente du distributeur invalide l'interaction entre le prix de vente du distributeur et le prix de transfert du producteur, *i.e.*, l'effet

de double marginalisation. En conséquence, à l'inverse de ce qui est prédit par la littérature, les ventes totales ne sont pas plus faibles sous un CPT que sous un CPR.

Ainsi, une stratégie d'attraction de nouveaux clients induite par un CPT devrait être associée à un stock plus important en amont de la SC. Il est clair qu'un CPT est plus approprié qu'un CPR sur le plan commercial, notamment lorsque le développement des ventes repose sur une interaction négative des variables de décision marketing des acteurs en présence. À l'inverse, un CPR est plus adapté qu'un CPT du point de vue de l'objectif de rentabilité des acteurs de la SC. Cependant, la réalisation de cet objectif passe par une politique de prix défavorable au consommateur final. Ce résultat suggère que le CPR n'est pas la panacée en matière de coordination d'une SC, notamment lorsque le bien-être du consommateur constitue une préoccupation d'importance.

BIBLIOGRAPHIE

- Bresnahan T. F. et Reiss P. C., "Dealer and manufacturer margins", *Rand journal of economics*, vol. 16, 1985, p. 253-268.
- Cachon G. P., "Supply chain coordination with contracts", *Handbooks in operations research and management science: Supply chain management*, Graves S. et de Kok T. (eds.), Elsevier, Amsterdam, 2003.
- Cachon G. P. et Netessine S., "Game theory in supply chain analysis", *Supply chain analysis in the e-business era*, Simchi-Levi D., Wu S.D. et Shen Z.-J.M. (eds.), Kluwer, Dordrecht, 2003.
- Cachon G. P. et Lariviere M. A., "Supply chain coordination with revenue sharing contracts: Strengths and limitations", *Management science*, vol. 51, 2005, p. 30-44.
- Dockner E. J., Jørgensen S., Van Long N. et Sorger G., *Differential games in economics and management science*, Cambridge University Press, New York, 2000.
- Gaimon C., "Simultaneous and dynamic price, production, inventory and capacity decisions", *European journal of operational research*, vol. 35, 1988, p. 426-441.
- Jørgensen S. et Zaccour G., *Differential games in marketing*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.

- Kogan K. et Tapiero C. S., *Supply chain games: Operations management and risk valuation*, Springer, New York, 2007.
- Mortimer J. H., “Vertical contracts in the video rental industry”, *Review of economic studies*, vol. 75, 2008, p. 165-199.
- Sethi S. P. et Thompson G. L., *Optimal control theory – Applications to management science and economics*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.
- Zaccour G., “On the coordination of dynamic marketing channels and two-part tariffs”, *Automatica*, 2008 (à paraître).

